Zbl 083.03903
Erdős, Pál; Scherk, P.
On a question of additive number theory. (In English)
Acta Arith. 5, 45-55 (1959). [0065-1036]

Seien $\mathfrak{A}_1, ..., \mathfrak{A}_k$ $(k \geq 2)$ Mengen nichtnegativer ganzer Zahlen aus dem Intervall $[0, n]$ mit $0 \in \bigcap_{\lambda=1}^{k} \mathfrak{A}_\lambda$ derart, daß die Summenmenge $\mathfrak{A}_1 + \cdots + \mathfrak{A}_k$ alle Zahlen $0, 1, ..., n-1$, nicht aber die Zahl n enthält. Verff. untersuchen das asymptotische Verhalten der Funktion $f_k(n) = \max \sum_{\lambda=1}^{k} A_\lambda(n)$, wobei $(\mathfrak{A}_1, ...\mathfrak{A}_k)$ alle Mengensysteme mit den angegebenen Eigenschaften durchläuft. Der Fall $k = 2$ führt auf die wohlbekannte Schranke $f_2(n) = n - 1$. Für beliebiges $k > 2$ wird die Ungleichung

$$\frac{kn}{2} - (k+1)2^{2k-3}n^{(k-1)/k} < f_k(n) < \frac{kn}{2} - \frac{2^{-4-k/2}}{(k-1)!}n^{(k-1)/k}$$

hergeleitet. Der Beweis des linken Teiles gelingt durch explizite Angabe eines mit Hilfe von 2^k-adischen Zifferndarstellung konstruierten Beispiels; der des rechten Teiles ist schwieriger und erfordert zwölf, zum Teil komplizierte Hilfssätze. Die Verff. sprechen die Vermutung aus, daß eine negative (das Wort "positive" auf S. 46, Z. 14 muß offensichtlich durch "negative" ersetzt werden) Zahl β_k mit $f_k(n) = kn/2 + (\beta_k + o(1))n^{(k-1)/k}$ existiert.

B. Volkmann

Classification:
11B13 Additive bases