
Zbl 337.04004

Erdős, Paul; Milner, E.C.; Rado, R.

Families of sets whose pairwise intersections have prescribed cardinals or order types. (In English)

Math. Proc. Camb. Philos. Soc. 80, 215-221 (1976); corrigenda ibid. 81, 523 (1977). 04A20 05A05 [0305-0041]

Sei E eine Menge und $(A_\nu)_{\nu\in I}$ eine Familie von Teilmengen von E. In Verbesserung eines ihrer früheren Resultate [J. Austral. math. Soc. 13, 22-40 (1974; Zbl 331.04002), Lemma 6] zeigen die Verff.: Sei $a = \aleph_\alpha$ regulär, E wohlgeordnet und vom Ordnungstyp ω_α^3, $f(\mu,\nu) \in \{0,1\}$ für $\mu < \nu < \omega_{\alpha+1}$. Dann gibt es a^+ viele Teilmengen $A(0), A(1), \dots, A(i), \dots \mid i < \omega_{\alpha+1}$ von E, welche jeweils den Typ ω_α^2 haben, so daß für $\mu < \nu < \omega_{\alpha+1}$ gilt: $tp(A(\mu) \cap A(\nu)) < \omega_\alpha$, falls $f(\mu,\nu) = 0$ bzw. $= \omega_\alpha$, falls $f(\mu,\nu) = 1$ ist.
In der anderen Richtung folgt unter der verallgemeinerten Kontinuumhypothese: Seien $m, n, p \geq \aleph_0$, $m > n$, $m > p^+$, of $m \neq p^+$, $|I| = m^+$, $J \subset I$, $|J| = n$. Dann gibt es keine Familie $(A_\nu)_{\nu\in I}$ mit $|A_\nu| \leq m$ für $\nu \in I$, so daß $|A_\mu \cap A_\nu| < p$ für $\{\mu,\nu\} \not\subset J$ and $|A_\mu \cap A_\nu| = p$ für $\mu \neq \nu$, $\mu \in I - J$, $\nu \in I$. Es wird ein weiterer Satz der letzten Art aufgestellt und die Notwendigkeit einer Voraussetzung mit einem Beispiel belegt.
In the corrigenda the authors give a stronger hypothesis to prove Theorem 2 since Theorem 2 as stated in that paper is false.

E.Harzheim

Classification:
04A20 Combinatorial set theory
05A05 Combinatorial choice problems