

MISCHA: Veinte Años de Actividad en Venezuela

José R. León R.

En la diáspora originada por las dictaduras, que caracterizó a Latinoamérica en la década de los setenta, llegó a Venezuela Mischa Cotlar. Primero por un corto período en 1970 y luego, para radicarse definitivamente, en 1973. La primera vez que lo vi fue cuando, siendo estudiante de tercer semestre de Ingeniería en épocas de “Renovación Universitaria”, solicitaba consejo, a mi profesor de Análisis III de la época, José Zegarra, para seguir la carrera de Matemáticas. El señalando hacia un grupo de personas reunidas en el pasillo que daba al edificio del Departamento de Matemáticas, y donde destacaba la figura de Mischa, me señaló: “Empieza ahora y quizá puedas aprovechar la formación que te puede brindar ese Maestro”. No tuve otro contacto con Mischa hasta el 1974, cuando nos deleitó con una charla sobre Análisis Funcional en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de los Andes. Con su exposición, a pesar de mi poca formación, pude darme cuenta de lo que significaba la investigación en Matemática y de cuán lejos me encontraba yo de esa actividad.

Luego de finalizados mis estudios en Mérida lo encuentro de nuevo en Caracas donde me invita a participar en el Seminario de Análisis, que él animaba, y que tenía lugar una vez a la semana en el Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la U.C.V. La actividad del Seminario consistía en el estudio de Integrales singulares, Espacios B.M.O, Espacios de Hardy, propiedades de acotación en L^p de la transformada de Hilbert, el uso de técnicas probabilísticas para el estudio de problemas de Análisis Armónico. Es de este período que surge el artículo seminal, escrito conjuntamente con Cora Sadosky: “A moment theory approach to the Riesz theorem on the conjugate functions with general measures. *Studia Math.*, 60: 241-250”. Este artículo constituye el comienzo de una vía poderosa, como se verá más adelante, para atacar diversos problemas de análisis y de otras áreas relacionadas. En él se expresa el problema de la acotación de la transformada de Hilbert definida en los L^p con pesos del círculo, como

equivalente a un Teorema de Bochner para un núcleo de Toeplitz generalizado. A este método se le dio el nombre de Teorema de Levantamiento en otro trabajo importante, que complementa el antes citado, escrito por Arocena, Cotlar y Sadosky cuyo título es: "Weighted inequalities in L^2 and lifting properties" Adv. Math. V7 A (1981) 95-128".

Esto muestra como a partir de la llegada a Venezuela de Mischa se abre, con él y sus colaboradores, una línea de investigación amplia. Esta cubre variados campos y la actividad de sus alumnos, ahora ya investigadores maduros, es muestra fehaciente de tal realidad. Dentro de las áreas abarcadas por estas ideas cabe señalar: La Teoría de "Scattering", Teoremas de Krein sobre la existencia de medidas cuyas transformadas de Fourier se conocen en un intervalo, Teoría de Predicción para procesos vectoriales y a parámetro multidimensional, Problemas de Momentos en espacios con métricas indefinidas, generalización de procesos estacionarios, determinación de coeficientes de reflexión (en medios estratificados) en una y en varias dimensiones y su relación con problemas clásicos de funciones analíticas definidos por I. Schur.

Esto último constituyó para mí una agradable sorpresa, al descubrir como las ideas de este grupo de matemáticos "puros", Mischa sus colaboradores y alumnos, tenían aplicación importante en las investigaciones geofísicas para la determinación de las litologías del subsuelo, dando muestra de como interactúan disciplinas aparentemente alejadas. Un desarrollo de estas materias puede consultarse en el reciente libro de Foias y Frazho "The Commutant Lifting Approach to Interpolation Problems" y también en artículos recientes de Rodrigo Arocena, donde este autor establece una teoría geométrica de los coeficientes de reflexión, en la terminología geofísica o parámetros de Schur, en análisis armónico y conecta de manera directa las ideas de teoremas de levantamiento, coeficientes de reflexión y máxima entropía. Cabe destacar que estas ideas estuvieron presentes, como fuente de inspiración, en las diferentes conferencias que Mischa dictó durante la década de los ochenta. En particular debo mencionar el énfasis, puesto por él, en como se debían hacer esfuerzos en pasar la teoría a dos

dimensiones y la importancia del estudio de la teoría de “Scattering” dentro del contexto de los Teoremas de Levantamiento.

El primer punto amerita quizás una explicación adicional. El problema de la acotación de la transformada de Hilbert en el espacio L^2 de medidas definidas en el Toro unidimensional fue resuelto por Helson y Szëgo con el famoso teorema que lleva sus nombres. El desarrollo que motivó este resultado creo un relación muy fructífera entre Análisis Armónico y Probabilidades y, como señalamos anteriormente, en los trabajos de Mischa y sus colaboradores se le dio la interpretación de Teorema de Levantamiento. No obstante, cuando el problema se plantea en el Toro 2-dimensional la situación se complica considerablemente. Dicha complicación está ligada a la existencia de dos operadores de traslación en \mathbf{Z}^2 y a sus relaciones de conmutación cuando están definidos en subconjuntos. Recientemente se han dado diversas condiciones, con mayor o menor generalidad, que muestran como este problema esta íntimamente ligado a un teorema de levantamiento para dos isometrías que conmutan, de esta forma los problemas aparecen naturalmente contenidos dentro de la teoría. Sin embargo, mucho trabajo queda por hacer y los resultados del grupo de Venezuela, mencionados por Foias y Frazho en el prefacio de su libro, citémoslos: «the work on the general framework on the commutant lifting theorem continued to grow mainly in Romania, the U.S.A. and Venezuela», están llamados a jugar un importante papel.

Quisiera aquí mencionar a sus discípulos, entrañables colegas, que conforman un grupo de investigadores llamados a jugar un papel importante en el desarrollo del Análisis Armónico aquí en Venezuela. Ellos son: Ramón Bruzual, Marisela Domínguez, María D. Morán, Estefania Marcatognini y Pedro Alegría. Ellos han sabido continuar con éxito el camino que señaló Mischa en su momento.

Estos recuerdos al vuelo sobre la trayectoria de Mischa en Venezuela quieren expresar mi más profundo reconocimiento a alguien que considero mi Maestro y colega. Pero además quisieran recoger el testimonio del desarrollo de un área de investigación en Matemáticas desde una época donde pocos sabíamos que significaba “Investigar”; a pesar de las buenas intenciones manifestadas en la “Epoca de

Renovación” con la que nos iniciamos en la carrera académica, donde sitúo el comienzo de mis recuerdos, hasta el tiempo presente donde ya poseemos una masa crítica de investigadores y nos confrontamos con problemas de naturaleza distinta.

La descripción del desarrollo de la Ciencia, en particular de la Matemática, en un país como Venezuela está llena de idas y venidas, formulaciones plenas de buenas intenciones pero sin “conocimiento de causa”, algunos intentos fallidos y otros exitosos. Estos últimos siempre acompañados de perseverancia y de buen tino en la elección del tema de la investigación. A esta última clase pertenece la senda que señaló en la década de los setenta Mischa Cotlar y que le correspondió desarrollar tanto a él como a sus discípulos. Hoy luego de veinte años podemos contemplar sus frutos. Creo, sin caer en exageración, que esta experiencia puede servir de ejemplo para otras áreas y otros lugares donde se plantee de nuevo el reto que constituye poner en marcha, con el concurso de varios pioneros, novedosas líneas de investigación.

Una palabra final sobre la labor docente ejercida por Mischa durante estos años en la Facultad de Ciencias de la U.C.V. Asistí hace ya algún tiempo como estudiante a los cursos de Doctorado que él impartía; en particular tengo un grato recuerdo, compartido por numerosos compañeros, del curso de Análisis Real. Allí Mischa de una manera profundamente original, no en vano fue colaborador en su juventud de Beppo Levi, introducía la Teoría de la Medida. Su enfoque es muy personal y a pesar de los excelentes textos existentes en esta materia ninguno se parecía a su manera de introducir las ideas. Pienso que la Facultad de Ciencias o la A.M.V. deben rescatar las notas de este curso para su publicación y difusión, de esta forma las futuras generaciones de Matemáticos de nuestro país podrán contar con un material invaluable. Gracias Mischa por tu presencia y continua enseñando toda la Matemática que sabes y que intuyes.