INFORMACIÓN NACIONAL

XVI Escuela Venezolana de Matemáticas (EVM) Mérida, 7 al 13 de septiembre de 2003

1 Cursos:

1. Ondas viajeras en modelos físicos y biológicos.
   Gilberto Flores (Universidad Nacional Autónoma de México)
2. Selección de modelos y aprendizaje.
   Carene Ludeña (Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas) y Ricardo Rios (Universidad Central de Venezuela)
3. Flujos geodésicos en superficies
   Rafael Oswaldo Ruggiero (Pontificia Universidad Católica de Rio de Janeiro)
4. Teoría del Orden
   Elías Tahhan (Universidad Simón Bolívar) y Maurice Pouzet (Université de Lyon)

2 Detalles:

2.1

Ondas viajeras en modelos físicos y biológicos.
Gilberto Flores

Objetivo y prerrequisitos:
Se presentarán de manera unificada los aspectos de modelación y análisis matemático de la propagación de ondas viajeras, enfatizando que este fenómeno se presenta en la Naturaleza. Nos concentraremos en el contexto de propagación de ondas en aguas poco profundas y en la propagación de impulsos eléctricos en nervios.

Los requisitos son: un curso básico de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, análisis cualitativo del plano de fases de sistemas autónomos en dos dimensiones, soluciones de sistemas asintóticamente lineales, familiaridad con elementos básicos de Sistemas Dinámicos: conexiones homoclínicas y heteroclínicas, variedades estables e inestables.

Programa:

El descubrimiento de Scott Russell: la onda solitaria. Deducción de las ecuaciones de Korteweg-deVries a partir de las ecuaciones de Euler en el límite de aguas poco profundas. Ondas viajeras.

El modelo de Hodgkin y Huxley para describir la propagación de impulsos eléctricos en una neurona. El modelo simplificado de FitzHugh y Nagumo. Bloques aislantes. Existencia de ondas viajeras en la ecuación escalar de Nagumo y en el sistema de FitzHugh-Nagumo. Ondas lentas y rápidas. Descripción de la dinámica en la ecuación escalar de Nagumo: el umbral. Análisis de la estabilidad lineal de las ondas viajeras. Estabilidad nolineal, la función de Evans.

Bibliografía.

J. Cronin. Mathematical aspects of Hodgkin-Huxley neural theory. Cambridge University Press, 1987.

P.G. Drazin, R.S. Johnson. Solitons: an introduction. Cambridge University Press. 1989.

J. Evans. Nerve axon equations. The stable and the unstable impulse. Indiana University Mathematical Journal. Vo. 24, 1975. págs. 198-226.

G. Flores. Modelos de conducción de impulsos eléctricos en nervios. Revista de la Real Academia de Ciencias de Madrid. Vol. 87, 1994. págs. 223-262. Publicado también en la serie Monografías del IIMAS, UNAM.

-. The stable manifold of the standing wave of the Nagumo equation. Journal of Differential Equations. Vol. 80, 1989, págs. 306-314.

-. Stability Analysis for the slow traveling pulse of the Fitzhugh- Nagumo system. SIAM Journal on Mathematical Analysis, Vol. 22, 1991 págs. 392-399.

C. Jones, Stability of the traveling wave solution of the FitzHugh-Nagumo system. Transactions of the American Mathematical Society. Vol. 286, 1984 págs. 431-469

J. Smoller, Shock Waves and Reaction Diffusion Equations. Springer-Verlag. 2a. Edición, 1996.

2.2

Selección de modelos y aprendizaje.
Carene Ludeña y Ricardo Rios

Introducción: Un problema fundamental en estadística es el de determinar un “modelo” plausible para un conjunto de observaciones que siguen una ley P desconocida para el observador. Este problema no está bien planteado pues para todo conjunto de datos existen infinitas soluciones al problema anterior. La solución clásica consiste en parametrizar el problema: suponer que el modelo pertenece a una familia de conjuntos parametrizables por un número finito y conocido de parámetros. Sin embargo, esta selección es arbitraria y es muy justificado cuestionar la selección a priori de la descripción paramétrica del modelo, antes de observar los datos. Una alternativa está dada por la metodología de selección de modelos. Básicamente, se propone una colección de espacios finito dimensionales de complejidad creciente (por ejemplo, se consideran subespacios de un espacio de Hilbert dado) y un mecanismo de selección que escoge el “mejor ” subespacio y en él al “mejor” modelo. Para ello se requiere definir una medida de optimalidad, usualmente en base a una cierta función de pérdida que depende de las características del problema de estimación y un mecanismo de selección por minimización de esta función en base a los datos.

Para que el esquema anterior tenga sentido y sea posible controlar los errores de estimación, es necesario estudiar la discrepancia entre el minimizador de la función dependiente de los datos y la “mejor” selección teórica posible, si el modelo fuese conocido al observador. El control, en probabilidad o en términos de la esperanza teórica, de los errores de estimación depende de desigualdades exponenciales y de momentos basados por un lado, en control de la entropía del conjunto de funciones que definen cada familia finito dimensional en el marco teórico desarrollado por Vapnik y por otro en desigualdades debidas a Talagrand y Ledoux y aplicadas al problema de selección de modelos recientemente por Massart y Birgé.

La idea de este curso es estudiar tres problemas de estimación: estimación de probabilidades (densidades), regresión y reconocimiento de patrones en el marco anterior. Se analizarán asimismo varios modelos que calzan en la anterior metodología tales como estimación por redes neurales, máquinas de soporte vectorial, estimación en bases ortonormales y estimación no paramétrica (por histogramas).

Programa del curso:

1. Introducción. Descripción de los tres modelos básicos: estimación de densidades, regresión y reconocimiento de patrones. Selección de modelos. Estimación penalizada por la dimensión. Riesgo empírico y función de riesgo. Desigualdades no asintóticas.

2. Teoría de Vapnik. Minimización estructural de riesgo. Cotas basadas en entropía. Dimensión de vapnik-Chevornenkis. Desigualdades exponenciales.

3. Desigualdades de Talagrand y Ledoux. Teoría de selección de modelos de Birgé y Massart. Desigualdades exponenciales y de momentos.

4. Aplicación a los problemas propuestos. Estudio de ejemplos. Estimación de densidades y reconocimiento de patrones. 5. Regresión. Regresión en modelos de observaciones indirectas.

Bibliografía:

1. Baraud, Y. Model selection for regression on a fixed design. Probab. Theory and Relat. Fields. 117, 2000.p. 467-493.

2. Barron,A., Birgé, L. y Massart, P. Risk bounds for model selection via penalization. Probab. Theory and Related Fields. 113, 1999. p. 301-413.

3. Birgé, L. y Massart, P. Minimum contrast estimators on sieves: exponential bounds and rates of convergence. Bernoulli, 4(3), 1998. p. 329-375.

4. Ledoux, M. Isoperimetry and Gaussian analysis. In Probabilités se St. Flour XXIV, 1994, Ed. by P. Bernard, 1996. p. 165-294. Springer, Berlin.

5. Ledoux, M. On Talagrand deviation inequalities for product measures. ESAIM: probabilities and Statistics 1, 1996. p. 63-87.

6. Massart, P. Some applications of concentration inequalities to statistics. Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse. Vol. IX (2), 2000. p. 245-303.

7. Talagrand, M. An isoperimetric theorem on the cube and the Khintchine-Kahane inequalities on product spaces. Proc. Amer. Math. Soc. 104, 1988. p. 905-909.

8. Talagrand, M. Sharper bounds for empirical processes. Annals of Prob., 22, 1994. p. 28-26.

9. Vapnik, V. Estimation of dependences based on empirical data. Sringer Series in Statistics. 1982.

10. Vapnik, V. Statistical Learning Theory. J. Wiley, New York 1998.

11. Vapnik, V. The nature of statistical learning. Statistics for engineering and information science. Springer, 1999.

2.3

Flujos geodésicos en superficies
Rafael Oswaldo Ruggiero

El objetivo del minicurso es hacer una introducción a ciertos aspectos de la teoría de flujos geodésicos en superficies relacionados con dinámica hiperbólica. Se necesitarán conocimientos previos básicos sobre ecuaciones diferenciales, geometría de superficies (curvatura, geodésicas, conexiones); algún conocimiento de geometría hiperbólica ayudaría. Habrá una exposición preliminar con un recuento de ciertas estructuras y resultados básicos de la teoría (conexión de Levi-Civita, ecuación de las geodésicas, ecuación de Jacobi, métrica de Sasaki, ejemplos de flujos geodésicos en superficies de curvatura constante). A continuación se expondrán algunos de los teoremas más importantes que muestran la interación entre geometría y sistemas dinámicos en la teoría de flujos geodésicos:

1. Superficies compactas de curvatura negativa tienen flujos geodésicos de Anosov.

2. Si el flujo geodésico de una superficie es Anosov, entonces no tiene puntos conjugados.

3. Si una superficie no tiene puntos conjugados, el flujo geodésico es Anosov si y sólo si es casi-Anosov.

El primer teorema es debido a E. Hopf, el segundo es un trabajo de W. Klingenberg, y el tercero es un resultado de R. Mañé basado en un famoso teorema de P. Eberlein. Estos teoremas en realidad son verdaderos en variedades compactas de cualquier dimensión, y las ideas utilizadas en sus demostraciones fueron y son motivo de importantes trabajos de investigación en geometría, dinámica y topología. Si el tiempo lo permite, se podrían incluir en el programa algunas aplicaciones de dichas ideas al estudio de cáusticas en toros Lagrangianos invariantes por flujos de Euler-Lagrange, área de investigación relacionada con la mecánica clásica.

Bibliografía

1. Anosov, D.: Geodesic flow on closed Riemannian manifolds of negative curvature. Tr. Mat. Inst. Steklova 90 (1967).

2. Eberlein, P.: When is a geodesic flow of Anosov type?, I. J. Diff. Geom. 8 437-463 (1973).

3. Klingenberg, W.: Riemannian manifolds with geodesic flow of Anosov type. Ann. Math. 99 1-13 (1974).

2.4

Teoría del Orden

Elías Tahhan (USB) y Maurice Pouzet (U. Lyon)

Objetivos: Presentar las bases de la teoría del orden así como aplicaciones a la informática teórica

Prerrequisitos: Este curso se dirige a Licenciados en matemáticas o ciencias de la computación y a ingenieros en computación.

Programa:

1. Presentación de algunos resultados de base de la teoría del orden (teoremas de ERDÖS-SZEKERES, de DILWORTH, SPERNER y SZPILRAJN) y de algunos ejemplos de órdenes fundamentales (divisibilidad; implicación; retículos de partes, de subespacios vectoriales, de particiones; el permutoedro, poliedros y complejos simpliciales).

2. Diagramas de Hasse. Construcciones de órdenes, productos directos, sumas y productos lexicográficos (órdenes “serie- paralelos”; órdenes sin “N”). Grafos de comparabilidad (resultados de GALLAI, SHEVRIN y FILLIPOV).

3. Del finito hacia el infinito: órdenes bien fundados, buenos órdenes, principio de inducción, ordinales, algunas construcciones y pruebas por inducción transfinita (descomposición de un conjunto ordenado bien fundado y de un espacio topológico), Zornificación. Propridad de carácter finito, ultrafiltración y compacidad; versiones combinatorias de la compacidad : KOENIG, RADO, lema de coherencia; ejemplos de aplicaciones : teoremas de Ramsey, Dilworth, Szpilrajn, Erdös-de Bruijn.

4. Retículos completos; teorema del punto fijo de Tarski. Clausura, preclausura, engendramiento, partes libres, familias de Moore (ejemplos: compleción de MacNeille y retículos de las secciones iniciales). Clausura algebraica (ejemplos: matroides y antimatroides). Estructuras de incidencia; retículos de Galois; relaciones de Ferrers; fórmulas de inversión. Secciones iniciales de un conjunto ordenado; dualidad entre conjuntos ordenados y retículos de secciones iniciales, dualidad de Stone-Priestley, construcción de espacios esparcidos y de retículos dispersos.

5. Representación de un conjunto ordenado en un producto de cadenas, dimensión en el sentido de DUSHNIK-MILLER. Extensiones lineales y cadenas de secciones iniciales. Dimensión de un orden y retículos de secciones iniciales: el teorema de BOUCHET. Ordenes y grafos de intervalos; dimensión de Ferrers. Aspectos combinatorios y algorítmicos de la enumeración de extensiones lineales. El ”retículo” de las extensiones de un orden. El politopo generado por los órdenes totales.

6. Buenos órdenes parciales. La teoría: desde los teoremas de Higman, Kruskal, Nash-Williams a los teoremas de Ehrenfeucht-Haussler-Rozenberg (1983) y Kriz (1988). El teorema de De Jongh y Parikh (ilustración: palabras, árboles binarios, bosques ordenados, órdenes serie-paralelos); estructuras de partes cofinales.

7. Clases de estructuras definidas por obstrucciones; una clasificación por edades de relaciones;comportamiento asintótico del perfil de relaciones. Breve presentación del teorema de Robertson y Seymour y de algunas consecuencias.

8. Terminación de sistemas de reescritura de términos. Indecidibilidad de la terminación de SRT (prueba de Huet y Lévy), órdenes de reducción, métodos de interpretación, órdenes de simplificación, órdenes recursivos

de caminos (Lescanne, Rusinowitch, Dershowitz), análisis recursivo de la terminación de SRT confluentes (O'Donnell, Gramlich).

9. Cotas recursivas para las sucesiones malas de buenos órdenes parciales, casos de suma de BOP, producto de BOP, órdenes de Higman sobre las palabras y órdenes de Kruskal sobre árboles etiquetados. Cotas recursivas para las derivaciones de SRT confluentes.

Bibliografía:

Ordered sets, I.RIVAL Ed., Reidel, 1982.
Graphs and Order, I.RIVAL Ed., Reidel, 1985.
Algorithms and Order, I.RIVAL Ed., Reidel, 1989.
Combinatorics and partially ordered sets. Dimension theory, Trotter, William T, Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 1992.
Formal concept analysis, B.Ganter, R.Wille; Springer, 1999. Algebraic theory of lattices, P.CRAWLEY , R.P.DILWORTH, Prentice-Hall, 1973.
General lattice theory, G.Gratzer, Birkhauser, 1998.
A compendium on continuous lattices, G.GIERZ, K.H.HOFMANN, K.KEIMEL, J.D.LAWSON, M.MISLOVE, D.S.SCOTT, Springer-Verlag, 1980.
Enumerative combinatorics, Vol1, 2, R.Stanley, CUP, 2000.
Logic and Combinatorics, S.SIMPSON, AMS Pub 1987.
Combinatorics on words, LOTHAIRE, Addison-Wesley.
Theory of relations, R.FRAISSE, North-Holland, 2000.
Foundations of Logic Programming, J.W.LLOYD, Springer-Verlag, 1984.
Deterministic and stochastic scheduling, M.AH.DEMPSTER, J.K.LENSTRA and A.H.G.RINNOOY KAN Ed., Reidel, DORDRECHT,1982.
Term Rewriting and All That, F, BAADERet T. NIPKOW, Cambridge University Press, 1998.
What's so special about Kruskal Theorem and the ordinal Γ_0? A survey of some results in proof theory. J.H. GALLIER. Ann. Of Pure and Applied Logic 53 (1991).

Información e Inscripciones: http://evm.ivic.ve