INFORMACIÓN NACIONAL

La esquina olímpica

Rafael Sánchez Lamoneda

En esta edición de la Esquina Olímpica reseñamos la actividad de olimpiadas matemáticas durante el primer semestre del año 2013. De Enero a Junio se llevó a cabo la décima edición de la Olimpiada Juvenil de Matemáticas, con una participación en la primera fase, el Canguro Matemático, de 61754 alumnos, provenientes de 20 estados, 504 institutos y distribuidos de la siguiente manera: participaron 301 liceos públicos, con 40761 alumnos, y 203 colegios privados con 20811 estudiantes. Esta prueba se realizó el jueves 21 de marzo. Cabe señalar que el Canguro Matemático se lleva a cabo en 60 países, y todos ellos, salvo algunas excepciones, aplican la prueba el tercer jueves de marzo. Aquellos países que no lo hacen en esa fecha, lo pueden organizar después, nunca antes, y las pruebas no se suben a la red, antes del 30 de abril. El Canguro Matemático es el concurso de matemáticas más grande del mundo y convocó este año a más de cinco millones de jóvenes. La siguiente fase de la olimpiada, conocida como la Prueba Regional, fue el sábado 11 de Mayo. Esta consiste de una prueba escrita de 4 problemas de desarrollo. La presenta el diez por ciento superior de cada grado y de cada estado. Si bien el Canguro lo presentan los alumnos en sus colegios, la Prueba Regional la toman todos juntos en un colegio o preferiblemente en una universidad de cada estado participante. En esta etapa se otorgan medallas de oro, plata y bronce a los mejores estudiantes. La tercera y última parte de la competencia, llamada Final Nacional, se realizó en la Facultad de Ciencias de la UCV, en ella participaron los ganadores de medalla de oro en la fase anterior, en total, 137 estudiantes, representando a 19 estados. Los exámenes de cada una de las etapas, así como las listas de ganadores en la Prueba Regional y la Final Nacional, se pueden ver en nuestro sitio de internet, www.acm.ciens.ucv.ve.

En la escena internacional tenemos dos eventos a reseñar, la XV Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe, OMCC, y la 54^{a} Olimpiada Internacional de Matemáticas, IMO. La primera celebrada en Managua, Nicaragua, del 22 al 29 de Junio y la segunda en Santa Marta, Colombia, del 18 al 28 de Julio. El equipo de la OMCC estuvo integrado por tres estudiantes, Juan Cramer, del colegio San José, Maristas, de Maracay, José Guevara, colegio Bella

Vista, también de Maracay y Rafael Aznar, colegio Los Arcos, de Caracas. Los profesores tutor y jefe de la delegación, fueron, respectivamente, Darío Durán y José Nieto, ambos de la Universidad del Zulia. El joven Rafael Aznar ganó una medalla de bronce y Juan Cramer una mención honorífica. En esta OMCC participaron 39 estudiantes, tres por cada uno de los siguientes países: Colombia, Costa Rica, Cuba, El Salvador, Guatemala, Honduras, Jamaica, México, Nicaragua, Panamá, Puerto Rico, República Dominicana y Venezuela. El equipo de la IMO estuvo integrado por la estudiante Rubmary Rojas, del colegio San Vicente de Paúl, de Barquisimeto, la tutora fue Sofía Taylor, estudiante de la licenciatura en Física de la UCV y el jefe de la delegación Rafael Sánchez, también de la UCV. Rubmary ganó una mención honorífica. En esta IMO participaron 97 países y un total de 527 estudiantes. Pueden ver más información en www.imo-official.org.

Antes de finalizar esta Esquina Olímpica, un agradecimiento a nuestros patrocinadores y amigos, Fundación Empresas Polar, Acumuladores Duncan, la Fundación Cultural del Colegio Emil Friedman, MRW, la Academia Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales, las universidades UCV, UNIMET, USB, Carabobo, LUZ, URU, ULA, UCLA, UNEXPO y UDO. Muchas gracias por seguir con nosotros otro año más.

Para terminar les ofrecemos los exámenes propuestos en la IMO de este año. La duración de las pruebas fue de 4 horas y media y cada problema tiene un valor de 7 puntos.

OLIMPIADA INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS
SANTA MARTA, 23 de julio de 2013
Primer Día

Problema 1. Demostrar que para cualquier par de enteros positivos k y n, existen k enteros positivos $m_1, m_2, \ldots, m_k$ (no necesariamente distintos) tales que

$$1 + \frac{2^k - 1}{n} = \left(1 + \frac{1}{m_1}\right)\left(1 + \frac{1}{m_2}\right)\ldots\left(1 + \frac{1}{m_k}\right).$$

Problema 2. Una configuración de 4027 puntos del plano, de los cuales 2013 son rojos y 2014 azules, y no hay tres de ellos que sean colineales, se llama *colombiana*. Trazando algunas rectas, el plano queda dividido en varias regiones. Una colección de rectas es *buena* para una configuración colombiana si se cumplen las dos siguientes condiciones:

- ninguna recta pasa por ninguno de los puntos de la configuración;
- ninguna región contiene puntos de ambos colores.

Hallar el menor valor de k tal que para cualquier configuración colombiana de 4027 puntos hay una colección buena de k rectas.

Problema 3. Supongamos que el excírculo del triángulo ABC opuesto al vértice A es tangente al lado BC en el punto A_1. Análogamente, se definen los puntos B_1 en CA y C_1 en AB, utilizando los excírculos opuestos a B y C respectivamente. Supongamos que el circuncentro del triángulo $A_1B_1C_1$ pertenece a la circunferencia que pasa por los vértices A, B y C. Demostrar que el triángulo ABC es rectángulo.

El excírculo *del triángulo ABC opuesto al vértice A es la circunferencia que es tangente al segmento BC, a la prolongación del lado AB más allá de B, y a la prolongación del lado AC más allá de C. Análogamente se definen los excírculos opuestos a los vértices B y C*

OLIMPIADA INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS SANTA MARTA, 24 de julio de 2013 Segundo Día

Problema 4. Sea ABC un triángulo acutángulo con ortocentro H, y sea W un punto sobre el lado BC, estrictamente entre B y C. Los puntos M y N son los pies de las alturas trazadas desde B y C respectivamente. Se denota por ω_1 la circunferencia que pasa por los vértices del triángulo BWN, y por X el punto de ω_1 tal que WX es un diámetro de ω_1. Análogamente, se denota por ω_2 la circunferencia que pasa por los vértices del triángulo CWM, y por Y el punto de ω_2 tal que WY es un diámetro de ω_2. Demostrar que los puntos X, Y y H son colineales.

Problema 5. Sea $\mathbb{Q}_{>0}$ el conjunto de los números racionales mayores que cero. Sea $f : \mathbb{Q}_{>0} \to \mathbb{R}$ una función que satisface las tres siguientes condiciones:

(i) $f(x)f(y) \geq f(xy)$ para todos los $x, y \in \mathbb{Q}_{>0}$;

(ii) $f(x+y) \geq f(x) + f(y)$ para todos los $x, y \in \mathbb{Q}_{>0}$;

(iii) existe un número racional $a > 1$ tal que $f(a) = a$.

Demostrar que $f(x) = x$ para todo $x \in \mathbb{Q}_{>0}$.

Problema 6. Sea $n \geq 3$ un número entero. Se considera una circunferencia en la que se han marcado $n+1$ puntos igualmente espaciados. Cada punto se etiqueta con uno de los números $0, 1, \ldots, n$ de manera que cada número se usa exactamente una vez. Dos distribuciones de etiquetas se consideran la misma si una se puede obtener de la otra por una rotación de la circunferencia. Una distribución de etiquetas se llama *bonita* si, para cualesquiera cuatro etiquetas $a < b < c < d$ con $a + d = b + c$ la cuerda que une los puntos etiquetados a y d no corta la cuerda que une los puntos etiquetados b y c.

Sea M el número de distribuciones bonitas y N el número de pares ordenados (x, y) de enteros positivos tales que $x + y \leq n$ y $\operatorname{mcd}(x, y) = 1$. Demostrar que

$$M = N + 1.$$

Rafael Sánchez Lamoneda
Escuela de Matemáticas. Facultad de Ciencias. UCV

e-mail: asomatemat8@gmail.com