

## Obstructions aux déformations de représentations galoisiennes réductibles et groupes de classes

par ARIANE MÉZARD

*Avec toute mon amitié pour George Gras*

RÉSUMÉ. Nous développons une nouvelle stratégie pour comprendre la nature des obstructions aux déformations d'une représentation galoisienne globale  $\bar{\rho}$  réductible, impaire de dimension 2. Ces obstructions s'interprètent en termes de groupe de Šafarevič. D'après [BöMé], elles sont reliées à des conjectures arithmétiques classiques (Conjecture de Vandiver, conjecture de Greenberg). Dans cet article, nous introduisons un autre groupe de Šafarevič associé au corps  $L$  fixe par  $\ker \bar{\rho}$ . Nous comparons les deux groupes en prenant les co-invariants par  $\text{Im} \bar{\rho}$ . Cette stratégie conduit à de nouvelles conditions d'annulation des obstructions en termes de groupes des classes de  $L$ .

ABSTRACT. In this paper, we develop a new strategy to understand the obstructions to deformations of reducible odd 2-dimensional global Galois representations  $\bar{\rho}$ . It is known that these obstructions are localized in a Šafarevič group. After [BöMé] these obstructions are related with several classical conjectures (Vandiver's conjecture, Greenberg's conjecture). The idea of this note is to introduce another Šafarevič group depending on the field  $L$  fixed by  $\ker \bar{\rho}$ . We then compare the two groups by taking the co-invariant by  $\text{Im} \bar{\rho}$ . This strategy yields new conditions for the vanishing of the obstructions in terms of class groups of  $L$ .

[BöMé] G. BÖCKLE, A. MÉZARD, *The prime-to-adjoint principle and unobstructed Galois deformations in the Borel case*. J. Number Theory **78** (1999), 167–203.

Ariane MÉZARD  
Laboratoire de mathématiques, UMR 8628  
Université de Paris-Sud XI  
91405 Orsay Cedex, France  
E-mail : [ariane.mezard@math.u-psud.fr](mailto:ariane.mezard@math.u-psud.fr)  
URL: <http://www.math.u-psud.fr/~mezard/>

---

Manuscrit reçu le 25 mai 2004.

Mots clefs. Anneau de déformation versel, groupe de classes, groupe de Šafarevič.