

Von der Entsorgung mathematischer Bildung durch ihre Theorie ...

Rezension* von: Heymann, H. W., Allgemeinbildung und Mathematik. Weinheim: Beltz, 1996

Lutz Führer, Frankfurt/Main

“Es wird nicht hinreichend zwischen *Wert und Bedeutung der Mathematik als solcher* und der *Notwendigkeit eines für alle verbindlichen Unterrichts in Mathematik* unterschieden. Dazu bedürfte es eines klar begründeten Standpunkts außerhalb des Faches: Denn weder aus der mathematischen Disziplin selbst noch aus einer Analyse der objektiven Verwendung der Mathematik in unserer Gesellschaft allein lassen sich Maßstäbe gewinnen, die bezüglich der Frage, welche und wieviel Mathematik alle Heranwachsenden in unserer Gesellschaft auf welche Weise lernen sollen, ein klares Urteil erlauben.

Im vorliegenden Buch wird der Versuch zu einer solchen Klärung auf der Basis eines zeitgemäßen Konzepts von Allgemeinbildung unternommen.” (S. 9)

Hans Werner Heymanns mutiger Versuch besteht in der vorliegenden Fassung im wesentlichen aus drei Teilen: einer ausführlichen Erörterung seiner sieben Forderungen an allgemeinbildenden Unterricht überhaupt, einer anschließenden Diskussion des Mathematikunterrichts mit Bezug auf diese allgemeinen Forderungen und – darin eingebettet – einer Skizze zur Organisationsreform des Mathematikunterrichts auf den Sekundarstufen. Vor einem Jahr hat gerade diese Skizze als Teil von Heymanns Habilitationsschrift, die dem Buch zugrunde liegt, in der Tagespresse einigen Staub aufgewirbelt. Ich möchte sein “Szenario” deshalb nach den beiden Hauptteilen des Buches gesondert besprechen, bevor ich mich an eine Zusammenfassung meiner vielen Eindrücke wage.

1. Heymanns Allgemeinbildungskonzept

(Kapitel 1 bis 3, S. 7–130)

1.1 Zum Allgemeinbildungsbegriff

Im ersten, einleitenden Kapitel nennt der Autor “provokativ zugespitzt” seine “Ausgangsthese”:

“Der herkömmliche Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen wird weder absehbaren gesellschaftlichen Anforderungen noch den individuellen Bedürfnissen und Qualifikationsinteressen einer Mehrzahl der Heranwachsenden gerecht.” (S. 8)

Das soll natürlich hervorheben, wie dringend eine kritische Untersuchung des Mathematikunterrichts im Hinblick auf “Allgemeinbildende Schulen” not tut. Welche “absehbaren gesellschaftlichen Anforderungen”, “individuellen Bedürfnisse” und “Qualifikationsinteressen” gemeint sind, erfährt man – wenigstens teilweise und spärlich belegt – hauptsächlich im zweiten Teil des Buches. Eines macht aber schon hier stutzig: Was immer man unter diesen Schlagwörtern verstehen mag, individuelle Schülerbedürfnisse und -qualifikationsinteressen sind

wohl nur ausnahmsweise auf Allgemeinbildung gerichtet, und gesellschaftliche Anforderungen nur zum Teil.

“Die Idee der Allgemeinbildung läßt sich, wenn sie hinreichend konkret und gegenwartsbezogen ausgearbeitet ist, in kritischer, klärender und orientierender Funktion und durchaus folgenreich auf die Probleme schulischen Fachunterrichts (hier: Mathematikunterrichts) beziehen.” (S. 11)

Das ja, aber Heymann will mehr: Er möchte mit seinem Allgemeinbildungskonzept das “schulpädagogische Grundproblem” möglichst weit lösen, nämlich “was und wie sollte an öffentlichen Schulen unterrichtet werden?” (S. 34; ähnlich auch S. 21 und an vielen anderen Stellen). Damit entscheidet er sich für eine Suche nach bündigen *Kriterien*, an denen allgemeinbildender Unterricht, und das heißt für Heymann stets: Unterricht an Allgemeinbildenden Schulen, zu messen wäre. Daß Bildung des Subjekts, Bildung als Vorgang und Allgemeinbildung als Normenkomplex oder als gesellschaftlicher Auftrag jeweils Ganzheitliches meinen, wird notgedrungen auf gewisse “Vernetzungen” zwischen den Einzelkriterien reduziert:

“Die logische Struktur der angestrebten Urteile wäre diese: Unterricht an Schulen wird der Idee der Bildung gerecht, wenn ... erfüllt ist. Die inhaltliche Explikation muß darin bestehen, die drei Pünktchen durch einen nachvollziehbaren und praktisch handhabbaren Kriterienkatalog zu ersetzen. Es gilt, Bildung als Idee für die Gestaltung von Bildung als Prozeß fruchtbar zu machen.” (S. 38)

Nach den Lernzielstochastikern jetzt die Bildungsbuchhalter? Einerseits möchte der Autor mit möglichst wenigen normativen Voraussetzungen auskommen (er nennt insbesondere die allgemeinen Menschenrechte, Erziehung zu Demokratie und Toleranz), andererseits interessieren ihn mit Blick auf die Schulen nur Vorstellungen, die “in einem vernünftigen Sinne institutionalisiert werden können” (S. 37). Heymanns drei “Bedeutungsdimensionen” von Bildung bzw. Allgemeinbildung, nämlich Bildung als Idee (“läßt sich empirisch kaum erhärten”, S. 35f.), als “Ensemble von Wissen und/oder Fähigkeiten (Handlungsdispositionen)” (“läßt sich ... empirisch überprüfen”, S. 36f.) bzw. als “Prozeß”, d.h. als Freizeitbeschäftigung oder als private Kulturaneignung bei Gebildeten (S. 36), wirken entsprechend ärmlich.

Aus einem Überblick zur allgemeinen Bildungsdiskussion der letzten zwanzig Jahre zieht Heymann seine Konsequenz: Ein einheitliches Bildungsideal sei einer pluralistischen Gesellschaft unangemessen (S. 45), “Bildung” taue – im Anschluß an E. Weniger und H. Blankertz – lediglich noch als Maßstab, mit dem der Pädagoge als Jugendanwalt über inhaltliche Ansprüche der objektiven Mächte urteilen könne (S. 35, S. 45), und dies sei “fortzuschreiben” (S. 45), wohl im Hinblick auf Neue Technologien (S. 18), Globale Probleme (S. 19) und “kognitionspsychologische Befunde zum Denkenlernen” (S. 237 mit Bezug auf S. 95ff.). Damit wird der Allgemeinbildungsbegriff drastisch säkularisiert – allerdings auch der konsensfähige normative Anspruch verkürzt: “Allgemeinbildung ist eine Aufgabe der Gesellschaft, die sie zu weiten Teilen an die Institution der Pflichtschule

* Manuskripteingang: September 1996

‘delegiert’. Bildung ist eine emphatische Kategorie; Allgemeinbildung eine (vergleichsweise) pragmatische” (S. 46). Allgemeinbildung ist nach Heymanns Auffassung also kein ganzheitliches Ideengebilde mehr, das mehr oder minder vage im kollektiven Bewußtsein lebt, sondern ein Aufgabenbündel, das den Unterricht an “allgemeinbildenden” Schulen normativ schülerzentriert bestimmt. Daß Allgemeinbildende Schulen allgemeinbildende im Heymannschen Sinne zu sein hätten, kann natürlich weder aus ihrem Namen noch aus den Schwierigkeiten folgen, die “die neuere Bildungsdiskussion” mit irgendwelchen Begriffsbestimmungen hat.

1.2 Sieben Aufgaben allgemeiner Bildung

Ohne sich näher auf die inhaltliche Beschreibung von Allgemeinbildungsideen einzulassen, erläutert Heymann anschließend sein pragmatisches “Allgemeinbildungskonzept” in der Hoffnung auf Konsens:

“Ein Allgemeinbildungskonzept schlägt gewissermaßen die Brücke zwischen der Allgemeinbildungsidee (welcher?) und der, wenn man so will, *Wirklichkeit der Allgemeinbildung*. Es legt die Idee der Allgemeinbildung (?) auf die vorfindliche Praxis hin aus, gibt ihr eine auf die gegenwärtige historische Situation bezogene Deutung. Ein Allgemeinbildungskonzept nimmt einen denkbaren gesellschaftlichen Konsens zu den übergreifenden pädagogischen Zielen von Schule aus der Sicht eines einzelnen Autors oder einer Gruppe von Autoren hypothetisch vorweg” (S. 47).

Das Heymannsche Konzept faßt die folgenden sieben “Aufgaben der allgemeinbildenden Schule” mit gewissen Querbezügen zusammen, die im 3. Kapitel ausgiebig erläutert und terminologisch abgesichert werden, noch bevor es um den Mathematikunterricht geht:

- Lebensvorbereitung
- Stiftung kultureller Kohärenz
- Weltorientierung
- Anleitung zum (Denken, Verstehen und) kritischen Vernunftgebrauch
- Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft
- Einübung in Verständigung und Kooperation
- Stärkung des Schüler-Ichs

Später wird auch noch, als “gewissermaßen querliegende Kategorie”, das subjektive Mathematikbild der Schüler hervorgehoben (S. 264–269).

Auf den ersten Blick leuchten mir diese Stichworte ein. Sie geben *einen* nützlichen Vorschlag, die Allgemeinbildungsdiskussion zu versachlichen. Natürlich kann man leicht andere Schlagworte nennen, wie Heymann selbst zugibt (S. 51), und die Formulierungen “Entfaltung von ...bereitschaft” bzw. “kritischer Vernunftgebrauch” lassen sich sicher verbessern. Aber der Katalog ist immerhin nachlesbar, mit vielen Quellenzitaten begründet und damit kritisierbar.

Unter “*Lebensvorbereitung*” subsumiert er nur solche Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten, die jeder vermutlich im Alltag brauche, die nicht leicht nebenbei zu lernen und die im Unterricht “gezielt zu vermitteln und zu trainieren” wären (S. 60ff.). Dies seien neben materiellen Qualifikationen wie der Fähigkeit, Größenordnungen und -verhältnisse adäquat einschätzen zu können, in

zunehmendem Maße einige formale Qualifikationen, die in geistreicher Auseinandersetzung mit den sogenannten “Schlüsselqualifikationen” bestimmt werden (S. 64 und S. 56–59). Wie sie zu lehren seien, müsse am Fachunterricht geklärt werden. Um Provinzialismus vorzubeugen, solle die “*Weltorientierung*” zeigen, “wo ich stehen könnte, und wo ich stehe” (S. 86), und die “*kulturelle Kohärenz*” habe kultureller Identitätsfindung anhand von Überlieferung, Verständigung zwischen den Generationen und der Wahrnehmung gleichberechtigter Alternativkulturen zu dienen. Denken, Verstehen und “*kritischer Vernunftgebrauch*” werden bei Heymann arg knapp und cursorisch mit kritischer Vernunft, Mündigkeit, Emanzipation, Aufklärung, Wissenschaftsorientierung und Wahrheitsliebe zusammengeworfen. Vieles muß unscharf geraten, wenn man “Mündigkeit” in 5 Zeilen, “Emanzipation” in 8, “Aufklärung” in 15 Zeilen und “das Denken” (von Hentigs) auf einer halben Seite umschreibt (S. 90–93), und die äußerst verwickelte Beziehung zwischen kritischer Haltung, Vernunft und Gebrauchswert läßt sich offenbar nur mit stilistischer Brachialgewalt in einem Schlagwort unterbringen. Deshalb möchte ich zum Stichwort “kritischer Vernunftgebrauch” lediglich noch den folgenreichen Abschnitt 3.4.5 “Denkenlernen aus kognitionspsychologischer Sicht” erwähnen. Dort (S. 95–99) wird nämlich unter Berufung auf Resnick/Klopfer, radikale Konstruktivisten und Wagenschein der Eindruck erweckt, “neuere Erkenntnisse” hätten das Denkenlernen auf einschlägige Sachkenntnis, Denkmotivation und Lernklima zurückführen können. (Später, S. 237, werden daraus dann zwingende “Befunde”.) Damit ist auch der Tenor der restlichen drei Aufgaben klar: Es handelt sich um inzwischen sattem bekannte “*sozialethische und personenbezogene Zielsetzungen*” (S. 249) der demokratisch gewendeten Reformpädagogik, die sich in einer “Neuen Unterrichtskultur” der Öffnung, Toleranz, Selbstverantwortung beim Lernen, Individualisierung, phasenweiser Spezialisierung zur Selbstaufwertung, Phantasie- und Kreativitätsförderung, Leiblichkeit, Sinnlichkeit usw. niederschlagen sollen.

Daß sich allerdings ohne Verrenkungen und Verwässerungen “fast alle wichtigen Gesichtspunkte, die in der neueren Diskussion über schulische Allgemeinbildung eine Rolle spielen, anhand dieser Aufgaben diskutieren” (S. 51) ließen, möchte ich bezweifeln. Sie sind nämlich, wie sich auf den zweiten Blick zeigt, im modischen Sinne des Pädagogen als Anwalt des Einzelnen zu einseitig von “individuellen Bedürfnissen und Qualifikationsinteressen” her gedacht, weniger von “absehbaren gesellschaftlichen Anforderungen” her (s. Eingangszitat oben). So werden z. B. die Forderungen der Strukturreformer der sechziger und siebziger Jahre nach Hebung des allgemeinen mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Ausbildungsniveaus als illusorisch abgetan; die “Mangelware Solidarität”, um eine aktuelle Formulierung des Zentralkomitees der deutschen Katholiken aufzugreifen, bleibt gänzlich unerwähnt; und “Qualitäten wie Kooperationsfähigkeit, Empathie, Problembewußtsein oder größere Sensitivität” (S. B. Robinsohn, nach Heymann, S. 52) werden mit der gescheiterten Curriculumrevision ad acta

gelegt, jedenfalls soweit sie sich nicht aus der provinziellen Geselligkeit einer "Neuen Unterrichtskultur" ergeben.

Heymanns Katalog und dessen Interpretation sind sicher ergänzungsbedürftig. Das bräuhete kein Nachteil zu sein, wenn sich der Autor darauf beschränkte, curriculare Entscheidungen oder unterrichtliche Mißstände zu kritisieren. Er möchte aber zu gern mit seinem Konzept das "schulpädagogische Grundproblem" wenigstens für das Fach Mathematik erschlagen, und da passen leider seine Einseitigkeiten allzu gut in eine populäre Richtung geistiger Spar-, Beschwichtigungs- und Befriedungspolitik, die im Namen "moderner" Erziehungswissenschaft äußerst medienwirksam allgemeine Volksverdummung predigt. Ich will Hans Werner Heymann diesbezüglich keinerlei Absichten unterstellen, aber der reduktionistische Ansatz seiner Habilitationsschrift läßt auch in der gekürzten und schwach überarbeiteten Fassung des Buches zum bildungspolitischen Mißbrauch ein.

2. Allgemeinbildender Mathematikunterricht (Kapitel 4–5, S. 131–280)

Daß Allgemeinbildungsansprüche bestenfalls notwendige, aber keine hinreichenden Auswahlkriterien und Normen liefern können, weiß der Autor auch. Aber er erinnert sich nur sporadisch daran. So heißt es beispielsweise am Anfang des großen Mathematik Kapitels ganz richtig:

"Weder aus der Idee der Allgemeinbildung noch aus einem Allgemeinbildungskonzept läßt sich für sich genommen ableiten, was an Schulen gelehrt werden soll." (S. 131)

Anschließend wird auf rund einhundertfünfzig Seiten genau das versucht. Es war ja auch in der Einleitung versprochen (vgl. das Zitat am Anfang), und warum sollte man das Buch sonst lesen?

2.1 Lebensvorbereitung

Die Aufgabe der "Lebensvorbereitung" im engeren Sinne dessen, was man so als Erwachsener im Alltag als Hilfsmittel "zur Lebensbewältigung" braucht, gibt erwartungsgemäß nicht viel zur Legitimation des üblichen Mathematikunterrichts her. "Fast alles, was über den Standardstoff der ersten 7 Schuljahre hinausgeht, darf, ohne daß sich die Betroffenen merkliche Nachteile einhandeln, vergessen werden" (S. 134). Heymanns Katalog des im Alltag manchmal brauchbaren Materials aus Arithmetik, Algebra und Geometrie (S. 136f.; s.u. Abschnitt 3) ist in der Tat erschreckend kurz und doch – leider – ziemlich vollständig. Trotzdem werde auch das Wenige zu halbherzig gefördert: Abschätzungen, Größenordnungen, Daten in Tabellen und grafische Darstellungen müßten auf Kosten der Algorithmik stärker betont werden (S. 138). Aber damit will der Autor die Sache nicht abtun: "Ein Mathematikunterricht, der sich auf unmittelbare Lebensvorbereitung zu beschränken sucht, bereitet unzureichend auf das Leben vor" (S. 135). Eine Grafik spreche nur scheinbar für sich selbst (S. 141), und das gelte auch für viele Rechnungen. Ihre Entschlüsselung setze oft eine Reihe von Deutungskompetenzen voraus, die nur langfristig zu erwerben seien. Eine gute "Lebensvorbereitung im engeren Sinne" verlange vom Unterricht, Mathematik stärker als Kommunikationsmedium

denn als Werkzeug darzustellen, Aktivitäten zur Kontrolle über das Rechnen zu stellen und alltägliche Standard-Anwendungen mitsamt ihren Kontexten zu reflektieren. Alledem ist sicher zuzustimmen. Meine Erfahrungen mit Abiturienten, Studenten und Referendaren haben mich aber überzeugt, daß die verständige Nutzung von Abschätzungen, Größenordnungen, Grafiken, Tabellen und Diagrammen selbst im Rahmen dessen, was in jeder seriösen Tageszeitung unter den Stichworten Politik, Wirtschaft und Sport vorkommt, als durchaus anspruchsvolle Mathematik empfunden wird, die sicher nicht in sieben oder acht Schuljahren zum aktivierbaren Besitz gemacht werden kann.

2.2 Weltorientierung

Heymann fordert noch mehr: Es könne in allgemeinbildendem Unterricht nicht nur um allgemeine Brauchbarkeit gehen. Mittels "Weltorientierung" müsse der eigene Erfahrungshorizont erweitert werden, auch wenn das Schüler nicht unbedingt wünschten. "Mathematik ist Teil unserer Welt und zugleich in ihr verborgen. Nur zu geringem Umfang ist Mathematik als Teil der Alltagswelt sinnlich erfahrbar, nämlich auf der Ebene der mathematischen Alltagskultur" (S. 183). Dort finde sich nun aber zu wenig, obgleich Mathematik sogar "für unsere Welt konstitutiv" sei (S. 183f.), also "bedarf es eines besonderen Umgangs mit Mathematik im Unterricht, um ihren Weltbezug deutlich werden zu lassen. Daß dabei die Anwendung von Mathematik auf außermathematische Sachverhalte eine wichtige Rolle spielen muß, scheint unbestreitbar" (S. 185). Folglich sollte das Modellieren an bedeutsamen, aber genügend elementaren Anwendungsbeispielen geübt werden – natürlich in recht offener "Unterrichtskultur" (S. 204).

"Ob im Mathematikunterricht so etwas wie Weltorientierung für die Schüler zustande kommt, ist nicht nur eine Frage der Themen, der ausgewählten Wirklichkeitsausschnitte, der zu modellierenden Sachbereiche ... Auch Problemstellungen, die für sich betrachtet lebens- oder zumindest realitätsnah sind und deren Modellierung den Schülern von ihrem Vorwissen her eigentlich keine unüberwindlichen Schwierigkeiten bereiten dürfte, garantieren nicht, daß die erhofften Wirkungen zustande kommen: daß Schüler erkennen, welche Rolle Mathematik in ihrer Lebenswelt spielt und spielen kann, daß sie der praktischen Mächtigkeit dieses Denkmittels Mathematik durch die Untersuchung einleuchtender Beispiele gewahr werden, daß sie durch das Modellieren etwas über die Welt und über Mathematik und über die Grenzen von Mathematisierung lernen" (S. 204).

Auch "Weltorientierung" wird also bei Heymann pragmatisch und positivistisch gedacht: Schüler erkennen, welche Rolle die Mathematik für ihre Lebenswelt spielen kann. Sollen sie von daher Mächtigkeit, Weltbedeutung, Macht und Grenzen der Mathematik beurteilen lernen? Überfordern nicht "Weltbedeutung", "Mächtigkeit dieses Denkmittels" und "Unterrichtskultur" den Durchschnittslehrer? Müßte "Weltorientierung" nicht auch Fremdes erläutern und näherbringen? Gibt es nicht auch eine geistige Welt, über die Allgemeinbildung zu orientieren hätte, auch wenn wenig Abtestbares herauskäme? Wie nützlich sind Pythagoras, Goethe und Mozart?

2.3 *Stiftung kultureller Kohärenz*

Man könnte nun erwarten, Heymann sähe hier kompensatorische Aufgaben zur *“Stiftung kultureller Kohärenz”*. Aber er hat dieses Thema schon vorher abgefertigt: Zur Verständigung zwischen den Generationen und Kulturen reiche das skizzierte Alltagswissen (S. 155); das tradierte Standard-Curriculum der Schulmathematik sei Ausgeburt der Lehrerbildung und *“bildungstheoretisch interessanteren, nämlich erkundenden, heuristischen, problemlösenden, ergebnisoffenen und sozial kooperativen mathematischen Aktivitäten”* (S. 157) feindlich; die Tradierung der Wissenschaft Mathematik sei Angelegenheit der *“scientific community”* (S. 158); und für kulturelle Offenheit könnten ein paar zentrale Ideen sorgen, z.B. die sechs *“Ideen”* der Zahl, des Messens, des räumlichen Strukturierens, des funktionalen Zusammenhangs, des Algorithmus und des mathematischen Modellierens (S. 174). Dazu nur soviel: Ich glaube Heymann unterschätzt die Macht *“impliziten Wissens”* (Polanyi) und die weltweit metaphorische Rolle höherer Elementarmathematik in den öffentlichen Alltagskulturen gewaltig. *“International und kulturübergreifend, unabhängig auch vom politischen System, herrscht Übereinstimmung, daß allen Heranwachsenden durch die Schule eine (recht ähnliche; L.F.) Grundausrüstung an mathematischen Fertigkeiten und Denkweisen vermittelt werden sollte”* (S. 7). Ist das nichts?

2.4 *Denkerziehung*

Anwendungserfolge, Kulturgut und Denkerziehung sind die drei klassischen Schlagworte, die schon immer zur Rechtfertigung des Mathematikunterrichts herangezogen wurden. Mit der Denkerziehung setzt sich Heymann im Abschnitt 4.4 unter dem Stichwort *“Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch”* sehr ausführlich auseinander und kommt zu folgendem Fazit:

“Die Beschäftigung mit Mathematik führt nicht per se zu einer Verbesserung der allgemeinen Denkfähigkeit. Erst recht kann nicht die Rede davon sein, daß Mathematikunterricht ohne weiteres zum kritischen Vernunftgebrauch befähigt. Allzu viele Kinder, Jugendliche und Erwachsene gewinnen aus ihren Schulerfahrungen den Eindruck, daß zwischen ihrem vernünftigen Denken im Alltag und dem im Unterricht erwarteten ‘mathematischen Denken’ eine tiefe Kluft besteht. Empirische Untersuchungen zeigen, daß selbst bei vielen Personen, die an der Schulmathematik nicht offenkundig scheitern, mathematische und alltägliche Konzepte kollidieren.

Ein denkfördernder Mathematikunterricht muß verstehensorientiert sein ... Ein verstehensorientierter Mathematikunterricht hat größere Realisierungschancen, wenn Denkstrategien und Heuristiken, Vorstellungsbilder und Metaphern des Alltagsdenkens für die Mathematik fruchtbar gemacht werden, wenn neben dem formalen Charakter der Mathematik ihrem referentiellen Charakter genüge getan wird, wenn immer wieder *‘Brücken’* zwischen dem mathematischen und dem alltäglichen Denken geschlagen werden ... Erst auf der Basis hinreichend verstandener Mathematik können Schüler erfahren, daß mathematische Begriffe und Techniken in vielen Situationen als *‘Verstärker’* ihres Alltagsdenkens taugen. Und auf dieser Basis erst kann Mathematik auch als Mittel zur Aufklärung bzw. als Gegenstand kritischen Hinterfragens erlebt werden.

... Da Denken immer inhaltsgebunden ist, hängt die Förderung kritischen Denkens auch von der Wahl der Inhalte ab ... Fast

noch bedeutender als die Themenwahl scheint, daß Kinder und Jugendliche den Umgang mit Mathematik und interessanten mathematischen Anwendungen in einer gelebten sozialen Praxis vernünftigen Argumentierens, Befragens, Anzweifeln und Begründens erfahren können. Die Forderung nach der Entwicklung einer mathematisch-allgemeinbildenden Unterrichtskultur meint nichts anderes als die Kultivierung einer solchen Praxis.” (S. 247f.)

Kritischer Vernunftgebrauch setze Verstehen des Gegenstandes voraus. Verstehen mathematischer Sachverhalte bedeute zugleich ein subjektives *“Sinn-Machen”* des Neuen, die Vernetzung mit Vertrautem und das Gefühl der Kongruenz mit Auffassungen des sozialen Umfeldes (S. 210–217). Soweit einverstanden. Neben dem rechten Sozialklima sei jedoch die Verknüpfung mit Alltagswissen für Denkleistungen entscheidend:

“Beim ‘guten mathematischen Denker’ ist sein mathematisches Wissen (in den Bereichen, in denen er erfolgreich ist) sowohl intern, aber darüber hinaus auch mit seinem individuellen Alltagswissen vielfältig verknüpft. Mit vielen mathematischen Gedankengängen hat er keine Schwierigkeiten, weil er sie zu vertrauten Phänomenen strukturell in Beziehung setzen kann, weil er über erfahrungsgetränkte Bilder, Modelle, Analogien, Metaphern verfügt, die einen Brückenschlag zu dem anstehenden mathematischen Sachverhalt erlauben ... und er ist deshalb in der Lage, auch außermathematische Probleme zu modellieren ...” (S. 227f.)

Besser denken können mit Mathematik heiße folglich, die Mathematik enger, häufiger und vielfältiger mit Alltagswissen vernetzt zu haben (S. 229, S. 241). Daher müsse einerseits die Kluft zwischen Mathematik und Leben verringert werden (S. 232), andererseits sei immer wieder auch sokratisch zu lehren (S. 237). Wagenschein habe die optimale Richtung gewiesen, müsse aber erst noch in den modernen Schulalltag übersetzt werden: weniger elitär, dafür stärker differenziert, breitenwirksam und realitätsbezogen (S. 233–239). Am besten werde in kritisches Denken sokratisch anhand von Modellierungen brisanter Alltagsprobleme eingeübt (S. 243–247).

2.5 *Reifung und Kontinuität?*

Die Betonung von Unterrichtskultur fürs Sokratische und von Allerweltsanwendungen fürs Vernetzen ist offensichtlich. Ob man Heymanns Psychoanalyse des guten mathematischen Denkers folgen will und ob man die Verführung des Sokratischen zur Selbstüberschätzung bei außermathematischen Anwendungsbezügen als relativ ungefährlich ansehen mag, ist sicher Geschmackssache. Mir ist Heymanns Herleitung zu tendenziös in Richtung Stärkung der Unterrichtskultur auf Kosten inhaltlicher Ansprüche ausgelegt (seine Bemerkung auf S. 246 unten hat mich nicht bekehrt), und seine Beschreibung des Verstehens als Quelle kritischen Vernunftgebrauchs ist mir zu additiv, zu positivistisch und zu sehr von dem optimistischen Glauben eingefärbt, jeder habe von Haus aus ein ähnliches Reservoir an Denkfähigkeiten, es müsse nur durch Motivation, Alltagsbindung und Sozialklima befreit werden (z.B. S. 240; vgl. auch S. 97). Natürlich baut rationales Verhalten und erst recht Vernunft auf Verstehen und Verständnis. Ich bin aber überzeugt, daß *“das”* Verstehen von Mathematik (übrigens auch von tieferen Botschaften

anderer Fächer) selten zu der Zeit beobachtet werden kann, in der das Neue aufgenommen wird – auch wenn das aus offensichtlichen Gründen kaum empirisch sauber verifizierbar ist. Recht oft braucht es einen Zeitraum von zwei Jahren, manchmal sogar von zehn oder zwanzig, bis das Verständnis erreicht wird, das Heymann meint, und selbst dann bedeutet Verstehen keineswegs notwendig ein Verbalisieren-, Diskutieren- oder Anwenden-Können. Alle diese Fähigkeiten müssen reifen, und viele Schüler haben für ihren Lerntyp völlig recht, wenn sie Neues nicht immer gleich sozial verhandeln wollen.

Was den “kritischen Vernunftgebrauch” betrifft, stimme ich Heymann insofern zu, als es sich um den langfristigen Erwerb gewisser Haltungen handelt, für den subjektive Affinität zu Teilen der gelehrten Mathematik und ein gutes Unterrichtsklima *auch* wesentlich sind (“Unterrichtskultur” ist mir zu schönfärberisch, wenn ich an das Gewirr real existierender Befindlichkeiten, Aktualinteressen und Selbstentfaltungprojekte im Alltag vieler Schulklassen denke). Eine andere, nach meiner Erfahrung ebenso wichtige Grundlage für die Förderung kritischen Denkens im Mathematikunterricht selbst oder vom Mathematikunterricht ausstrahlend ist die *langfristige Kontinuität* im Aufbau der Argumentationsmittel (Stoff, Sachkompetenz, Methoden, Sachsprache usw.) und im Aufbau der Begründungsanforderungen (Problembewußtsein, Horizont, Stringenzniveau, “Exaktifizierung” usw.). Würde Heymann das berücksichtigen, so kämen ihm wahrscheinlich erhebliche Zweifel an seinen verschlankten Stoffkatalogen und an einem Gesamtschullehrplan, der mithilfe seiner wissenschaftlichen Beratung “eine (relativ freie) Folge beziehungsreicher Themen zugrunde” legt und lediglich “eine curricular-spiralige Auseinandersetzung mit wichtigen (?) mathematischen Begriffen (?) erlaubt (?)” (Fußnote 117, S.294). Mir ist das viel zu unverbindlich. Da der Autor Vorratslernen für die große Mehrheit der Schüler (s.u.) strikt ablehnt, scheiden tiefere Begriffe und Eingewöhnungen in anspruchsvollere Methoden wie etwa die Buchstabenrechnung aus. Fundamentale “Ideen” wie funktionales Denken oder verantwortliches Modellieren können sich doch wohl zu tragfähigen Vorstellungsfeldern allenfalls dann entwickeln, wenn sie mit einer gewissen Kontinuität ausgearbeitet werden. Wie das am besten geht, wissen wir längst nicht. Wenn man also den traditionsreichen Standard-Lehrgang durch exemplarisches Arbeiten überwinden möchte, und dafür spricht in der Tat einiges, dann muß man das Problem der Kontinuität im Exemplarischen sorgfältig überdenken. Heymann ignoriert es und kommt auch deswegen nicht zu konkreteren Bindungen im Exemplarischen.

2.6 Reformpädagogische Unterrichtskultur

Die restlichen drei Aufgaben, “*Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft*”, “*Einübung in Verständigung und Kooperation*” und “*Stärkung des Schüler-Ichs*”, lassen sich als “sozialethische und personenbezogene Zielsetzungen” zusammenfassen, und Heymann tut das auch (ab S.249). Ausgangspunkt ist – wie bei jedem Reformansatz – das Unbehagen an der landläufigen Unterrichtspraxis. Welche Medizin verordnet wird, hängt natürlich von der wahrgenommenen Symptomatik ab. Heymann entschei-

det sich für das reformpädagogische Grobstrickmuster: Im wesentlichen beschreibt er Facetten der verlangten nicht allzu “Neuen Unterrichtskultur”, die sich vom Feindbild eines dümmlichen, autoritären und fachlich bornierten “herkömmlichen Unterrichts” abzusetzen habe (vgl. etwa die Tabellen S.264–267). Niemand wird ernstlich bestreiten wollen, daß der landläufige Mathematikunterricht reformbedürftig ist. Aber die angebotenen Rezepte und Beschwörungsformeln sind alt genug, um an ihrer Wunderkraft zu zweifeln. Wie der “herkömmliche Unterricht” tatsächlich aussieht und wie er was bewirkt, wissen wir nicht sicher. Mit einem künstlichen Feindbild kommen wir offenbar nicht weiter. Es hat eine hundertjährige Tradition und diente bereits den Reformpädagogen von Gaudig bis Bruner zu Totschlagsargumenten. Ausubel hat Bruner schon vor fünfundzwanzig Jahren auf die Irrationalität solcher “Argumentationen” hingewiesen und vor Kurzschlüssen gewarnt.

Schauen wir uns Heymanns Argumente näher an. Einiges vom Bild des “herkömmlichen Unterrichts” beruht zweifellos auf Hörensagen, Abitur-, Schulbuch- und Lehrplanbetrachtungen oder informellen Gesprächen: daß Mathematik als Kommunikationsmedium vernachlässigt werde (S.140), daß anwendungsferner Unterricht dominiere (z.B. S.188, S.199), daß Textaufgaben unbeliebt seien (S.195), daß Algebra zu formalistisch betrieben werde (S.222) und daß die Liste der Defizite beliebig verlängerbar sei (S.241). All das mag leider in gewissen Grenzen stimmen, aber es ist – jedenfalls in der behaupteten Allgemeinheit – schwer zu belegen. Etwas besser steht es mit dem Nachweis für das Vorherrschen von Frontalunterricht in den Sekundarstufen, der übrigens auch nach Heymann kein Unglück sein muß (S.251, S.256, Fußnoten 187 und 188), für die äußerst schiefelastige Sozialisation der Mathematiklehrer (glänzend: S.252–254), für verbreitete Unterrichtsroutinen und für das zweifellos auf Dauer schädliche Trichtermuster (S.236 und S.251). Aber auch Mikroethnographen wie J. Voigt wissen genau, daß ihre Beobachtungen nicht frei von methodischen Artefakten sind und daß es kaum möglich ist, das empirisch zu erfassen, was im beobachteten und im unbeobachteten Unterricht tatsächlich objektiv, subjektiv und intersubjektiv vorgeht oder bewirkt wird. Wer sich mit Unterrichtsbeobachtung unter wissenschaftlichen Ansprüchen oder mit der hundertjährigen Geschichte der Reformpädagogik intensiver auseinander gesetzt hat, dürfte vor allem eines gelernt haben: Zweifel an der bewußten und flächendeckenden Machbarkeit von “Unterrichtskultur”.

Man ist also auf Wünsche und gute Vorsätze angewiesen: “selbstbestimmte Lernoasen” (S.257) oder Lern-“Reisetagebücher” (S.269ff.) zur “Entfaltung (?) von (Selbst-)Verantwortungsbereitschaft”; Gruppenunterricht, Tutorensystem und Projektmethode (S.258) zur informellen “Verständigung und Kooperation”; konstruktiver Umgang mit Fehlern (S.260f.) und Öffnung des Unterrichtsgeschehens (S.261) zur “Stärkung des Schüler-Ichs”. Neben Gallin-Rufs Reisetagebüchern werden Andelfingers “sanfter Mathematikunterricht”, “entdeckendes Lernen” nach H. Winter, Volks “aufklärungskräftiger

Unterricht", die Sokratik nach Spiegel und Berichte von M. Winter als wegweisende Anregungen empfohlen (S. 269ff.).

Im Resümee heißt es dann folgerichtig: "In welchem Ausmaß Mathematikunterricht allgemeinbildend ist, entscheidet sich erst auf der Handlungsebene ... Kognitionspsychologische und mikrosoziologische Forschungen, die in den letzten beiden Jahrzehnten zu differenzierteren Vorstellungen vom Lernen allgemein und von den Lernprozessen im Mathematikunterricht im besonderen geführt haben, unterstreichen die Bedeutung der genannten Akzentuierungen" (S. 276).

Neu sind die geforderten klimatischen Akzentuierungen natürlich nicht, und Heymann gibt das auch an gleicher Stelle unumwunden zu, aber sie sind jetzt angeblich zwingend, weil wissenschaftlich bewiesen:

"Einzelelemente einer allgemeinbildenden Unterrichtskultur, wie sie hier beschrieben wurde, findet man selbstverständlich auch schon bei älteren Autoren, etwa bei Wagenschein, Wittenberg und Freudenthal. Bei diesen mathematikdidaktischen 'Klassikern' ist zwar einschränkend festzustellen, daß der sozialen, vor allem der informellen Seite des Unterrichts kein systematisches Interesse entgegengebracht wird. Das ist jedoch nicht verwunderlich, weil ein Großteil der Kenntnisse über das Verwobensein individuellen Lernens mit der Interaktionsstruktur schulischen Unterrichts, auf die wir uns heute stützen können, auf kognitionspsychologische und mikrosoziologische Forschungen der letzten beiden Jahrzehnte zurückgeht. Um so mehr ist anzuerkennen, wie vehement sich die drei genannten Autoren gegen die behavioristisch verkürzenden Lernmodelle ihrer Zeit gestemmt und in ihren didaktischen Konzepten so manches intuitiv vorweggenommen haben, was heute unter aufgeklärten Pädagogen und Fachdidaktikern als *state of the art* gilt." (S. 274)

Was soll man dazu sagen, so viele Jahre nach Dewey, Gaudig, Kerschensteiner, Lietz, Washburne, Petersen, ... , nach der höchst binnendifferenzierten Zwergschule, nach Natorps "genossenschaftlicher Erziehung", nach der Landerziehungsbewegung, in der Wagenschein wurzelte, und nach der völkischen Lebensgemeinschaftsschule des Jena-Plans, die für die Welt- und Bildungsbürger Wittenberg und Freudenthal nicht nur aus rassistischen Gründen inakzeptabel gewesen wäre, ...? Heute "*state of the art*" unter "aufgeklärten Pädagogen und Fachdidaktikern"? Hoffentlich irrt sich Heymann an dieser Stelle.

3. Ein "Szenario" aus Allerweltswissen

3.1 Zur Vorgeschichte

Wir haben es alle vor einem Jahr so oder ähnlich in der Zeitung gelesen: "Bielefelder Mathematiker beweist: Sieben Jahre Mathematik sind genug, der Rest wird sowieso vergessen." Grundlage war eine reichlich oberflächliche dpa-Meldung über Heymanns Habilitationsschrift. Im Anschluß an eine halbamtliche Polemik ist dann von prominenten Gegnern und Apologeten neben berechtigten Einwänden auch manch erschreckender Unsinn verbreitet worden, so daß man Heymann für diesen unfreiwilligen Nachweis dringender Diskussionsnotwendigkeit nur danken kann. Er fühlte sich mit einigem Recht mißverstanden und besonders von fachmathemati-

scher Seite in der Form mißhandelt. Er sei gar kein Mathematiker, sondern bildungstheoretischer Didaktiker und Pädagoge mit Unterrichtserfahrung, und er habe nichts derartiges bewiesen, sondern lediglich mit einem alternativen "Szenario" zur Diskussion herausfordern wollen.

3.2 Heymanns "Szenario"

Im Buch geht Heymann auf das öffentliche Gerangel nicht explizit ein, und ich vermute, daß die Zeit nicht reichte, um Berechtigtes an Kritik gründlicher einzuarbeiten. In der vorliegenden Fassung schlägt er sein dreistufiges "Szenario für den künftigen Mathematikunterricht" auf den Seiten 151–153 vor:

- Auf der ersten Stufe sollen alle bis Klasse 8 in nicht-spezialistischer Mathematik, d.h. ohne reines Vorratslernen "für später", unterrichtet werden. Hauptsächlich soll es dort um "Fitneß für die mathematische Alltagskultur", exemplarische Vertiefungen im Interesse der Aufgaben 2 bis 4 (kulturelle Kohärenz, Weltorientierung, kritischer Vernunftgebrauch) und um die beschriebene Unterrichtskultur gehen.
- Auf der zweiten Stufe ab Klasse 9 werden die Schüler abgesondert, die sich die Wahl eines mathematikintensiven Berufs offenhalten wollen und entsprechende Fähigkeiten und Neigungen zeigen. Ihnen wird fachliche Vertiefung zugemutet, z.B. Termumformungen, Beweisen, quadratische Gleichungen, Trigonometrie, Potenzen und Logarithmen. Die anderen Schüler setzen das Fitneßtraining und das exemplarische Vertiefen altersangemessen fort. Vorgeschlagen werden Deskriptive Statistik in Form der EDA, Tabellen-Kalkulation und Geometrie-Software. Bei entsprechendem Interesse und genügender Leistungsfähigkeit könnten auch "Wagenscheinsche Vertiefungen innermathematisch oder mathematikhistorisch bedeutsamer Themen", die Satzgruppe des Pythagoras, zahlentheoretische Phänomene oder Anwendungen nicht-linearer Funktionen behandelt werden.
- Auf der dritten Stufe, entsprechend der gymnasialen Oberstufe wäre für die "Nicht-Mathematiker" Analysis und Lineare Algebra nicht mehr bindend (in der Habilitationsschrift hieß es noch auf S.213: "werden gestrichen"), für sie stünden in Grundkursen anwendungs- und alltagsorientierte Themen im Vordergrund, vorwiegend im Zusammenhang mit Stochastik und Computernutzung. Die Leistungskurse hätten sich dagegen auf Studienvorbereitung für Mathematik als Haupt- oder Nebenfach zu konzentrieren, wobei wiederum Stochastik stärker zu gewichten wäre.

In keinem Bereich dürfe Heymanns allgemeinbildender Anspruch und die dafür geforderte Unterrichtskultur aufgegeben werden. Auch der "mathematische Geist" solle in jeder Kursform vermittelt werden, wie der "musikalische Geist" im Musikunterricht (?; S. 152). Für die "Nicht-Mathematiker" käme es vor allem darauf an, "der Abspaltung des alltäglichen vom mathematischen Denken ... durch Orientierung am potentiellen Horizont des späteren Nicht-Mathematikers vorzubeugen" (S. 152f.).

Soweit Heymanns "Szenario". Es gibt scheinbar wenig Grund zur Aufregung, zumal Heymann das Problem der vorgezogenen Entscheidung für die Grund- oder Leis-

tungskursrichtung selbst anspricht. Und über die These, ein Mathematikunterricht, der lebenspraktische Forderungen ernst nehme, sei unzureichend für spätere Spezialisten, die rechte Vorbereitung für Spezialisten jedoch ziemlich wertlos für die anderen (S. 153), sollte man durchaus streiten – z.B. indem man fragt, ob mathematische Spezialistenvorbereitung an Allgemeinbildende Schulen gehöre.

3.3 Befürchtungen

Wirklich aufregend wird aber das “Szenario für den künftigen Mathematikunterricht”, wenn man seinem Verweis auf Abschnitt 4.1.3 für die “lebensvorbereitenden Inhalte und Techniken, einschließlich der allgemein berufsvorbereitenden” nachgeht und das Verdikt von den Seiten 242f. einbezieht.

Unter dem ersten Verweis heißt es: “Weg vom Gebrauch als Werkzeug, hin zum Gebrauch als Medium” (S. 141), “mehr kontrollierende und einordnende mathematische Aktivitäten, wie Überschlagen, Abschätzen, richtiges Einschätzen von Größenordnungen” (S. 142) und das Modellieren an alltäglichen Standard-Situationen üben (S. 142–145). Auch das wäre akzeptabel, stünde das Ganze nicht schon samt dem “Szenario” im rein utilitaristischen ersten Abschnitt des Mathematik Kapitels über platte “Lebensvorbereitung (im engsten Sinne)”, ohne daß später zum “Szenario” material Verbindliches im Hinblick auf “kulturelle Kohärenz”, “Weltorientierung” oder “kritischen Vernunftgebrauch” ergänzt würde. Nur kurz zuvor hatte Heymann unter 4.1.1 die armseligen materialen “Inhalte und inhaltsbezogenen Qualifikationen, auf die Nicht-Mathematiker nach Abschluß ihrer Ausbildung im Alltag bisweilen zurückgreifen” beschrieben (S. 136f.): Über Grundschulkenntnisse hinaus käme man aus mit ein wenig anschauungsgebundener Bruchrechnung mit kleinen Nennern, Dezimalbrüchen, Mittelwerten, Prozenten, Zinsen, Dreisatz, Taschenrechnergebrauch, Grundfertigkeiten im Abschätzen und Überschlagen, Kenntnis geometrischer Standardfiguren und -körper, einfachen geometrischen Beziehungen wie Rechtwinkligkeit und Parallelität, Deutung und Anfertigung einfacher Grafiken von Größen und Größenverhältnissen, kartesisches Koordinatensystem für paarweise Größenzusammenhänge.

Die Befürchtung vieler Kritiker von Heymanns “Szenario” ist einfach, daß der “künftige Mathematikunterricht” sich im Zuge der Sparbegeisterung auf dieses materiale Miniprogramm und eine unterhaltsame Unterrichtskultur beschränken könnte, weil “exemplarische Vertiefungen” fürs Formale in der Regel, und so auch bei Heymann, zu unverbindlich und unscheinbar wirkten. Der Effekt wäre vermutlich dem eines Kugelstoßers vergleichbar, der immer nur mit 7,25 kg übt.

Auf den Seiten 242f. wird von Inhalten, die auf allgemeine Denkfähigkeiten und -fertigkeiten abzielen, verlangt, sie müßten wenigstens unmittelbar lebensnützlich oder exemplarisch für Mathematik als kulturelle Erlungenschaft oder charakteristisch für Mathematik als Teil unserer Welt oder günstig für lebendigen Unterricht sein, d.h. für “sachliche Verständigung, kooperatives Arbeiten, praktisches Tun, selbstverantwortliches Handeln, sinnliches Erfahren, kreatives Erfinden, spielerisches Problemlösen.” “Für Inhalte, die keiner dieser Bedingungen

genügen, ist in einem allgemeinbildenden Mathematik-Curriculum kein Platz” (S. 242). Wie ernst es Heymann mit dieser Forderung meint und wie berechtigt deshalb die erwähnten Befürchtungen sind, wird anschließend noch einmal deutlich: Beim Curriculum für die Sekundarstufen empfiehlt er mehr Statistik, Datenanalyse, alltagsbezogene Stochastik und Geometrie unter Bezug auf Raumerfahrung. Deren Substanz wird aber durch Abstriche gefährdet: bei Termumformungen (wieviel denn noch?), Teilen der Bruchrechnung, quadratischen Gleichungen, Potenzen und Logarithmen, Trigonometrie (“es sei denn jeweils in engem Bezug zu Anwendungen”), Geometrie ohne Bezug zur Raumerfahrung, systematischer Analysis (S. 243).

In einer schriftlichen Stellungnahme zur Kritik an seiner Habilitationsschrift hat Heymann noch vor der Buchveröffentlichung die “angedachten Streichungen von ‘Standardstoffen’, von quadratischen Gleichungen bis zur Analysis” etwas relativiert. Sie seien alle, nicht nur die Trigonometrie, stets unter einem Vorbehalt zu lesen: “sofern sie zu nichts anderem dienen als zur Aufrechterhaltung einer innerfachlichen Systematik.” Heymann fuhr dann fort: “Ich will gern zugestehen, daß es mein Fehler war, diesen Vorbehalt nicht noch pointierter herausgestellt zu haben. Aber ich habe an dieser Stelle, ehrlich gesagt, nicht damit gerechnet, daß man mir unterstellen könnte, ich wollte die Mehrheit der Schüler bis zur 10. Klasse bzw. bis zum Abitur im wesentlichen mit Prozentrechnung, Dreisatz und Stoffen vergleichbaren intellektuellen Anspruchsniveaus langweilen.” Diese Relativierung kann allerdings eine gründlichere, bekanntlich sehr schwierige Diskussion über Wert oder Unwert innerfachlicher Systematik, insbesondere über deren Aufklärungspotential und über gewisse Verbindlichkeiten im Exemplarischen, die fundamentale Ideen konkretisieren, notwendige Kontinuität sichern und kulturell Wichtiges benennen, nicht ersetzen – es geht eben auch für die Mehrheit ab Klasse 9 nicht einfach um geistreiche Unterhaltung oder Bedürfnisbefriedigung.

4. Fazit

4.1 Pragmatische Einzelschülerzentrierung

Für Heymann ist Mathematikunterricht an Allgemeinbildenden Schulen notwendig allgemeinbildender Unterricht, im Material legitimiert aus gewissen anwendungsbezogenen, kulturellen und denkpädagogischen Potenzen der Mathematik. Weil “Allgemeinbildung” heute kaum mehr konsensfähig präzisierbar ist, versteht er sie nicht mehr im landläufigen Sinne, sondern “pragmatisch”, d.h. hauptsächlich als gesellschaftlichen Auftrag zur Dienstleistung an allen Einzelschülern. Dabei mutiert ihm “Allgemeinbildung” zu einem stark reformpädagogisch akzentuierten Synonym für Schülerorientierung mit Tendenz zur Einzelschülerzentrierung. *Material* ist Heymanns “Allgemeinbildung für die Mehrheit” nur noch das, was durchschnittliche Erwachsene im Durchschnitt bewußt wissen und können, ergänzt um ein paar Anwendungen zur Exemplifizierung von sechs zentralen Ideen, der Weltbedeutung der Mathematik und zum Denkenlernen. Nur das hätten öffentliche Schulen *material* allen Einzelnen für ihre individuellen Bedürfnisse, Qualifikationsinteressen

und Selbstfindungschancen anzubieten bzw. zuzumuten. Die nötigen Haltungen und *formalen* Qualifikationen vermitteln die "Neue Unterrichtskultur".

4.2 Verengte Interpretationen

Heymanns Interpretation seiner sieben Aufgaben allgemeinbildenden Unterrichts für den mathematischen fällt damit weit hinter das zurück, was seine Kategorien zur Klärung der wichtigen Frage nach allgemeinbildenden Potenzen und Rechtfertigungen des Mathematikunterrichts leisten könnten. So wie er den Mathematikunterricht der Sekundarstufen angeht, wird lediglich überzeugend nachgewiesen, daß er sich aus der Bedürfnisperspektive des Einzelschülers und aus der modischen Renaissance der Reformpädagogik nicht verstehen und deshalb auch nicht rechtfertigen läßt. Ich meine, dieser Nachweis und die öffentliche Aufregung um Heymanns "Szenario" sind wertvoll genug, um die dringend notwendige Bildungsdiskussion bzgl. des Mathematikunterrichts endlich wieder in Gang zu bringen und um die Ausbilder, Bildungspolitiker, Schulbehörden und Curriculum-Designer daran zu erinnern, daß Schule eben nicht nur dem Einzelnen dienen soll, sondern auch der Gesellschaft, die diese Schule finanziert.

Heymanns Katalog von sieben Aufgaben ist – wie schon gesagt – sicher ergänzungsbedürftig, aber er sollte die Allgemeinbildungsdiskussion für den Mathematikunterricht wesentlich bereichern können,

- wenn "besseres Mathematikverständnis" nicht auf Vernetzung mit klarem Vorwissen und Alltagserfahrung reduziert, sondern auch in mittel- und langfristigen Reifungsprozessen gesucht wird,
- wenn "kritischer Vernunftgebrauch" nicht einfach als Ausfluß subjektiven Verstehens, kommunikativer Kompetenz und anheimelndem Sozialklima erwartet wird,
- wenn "kulturelle Kohärenz" in ihren kulturhistorischen, multikulturellen, internationalen und intertemporalen Dimensionen ernstgenommen und nicht auf ein paar fundamentale Ideen verkürzt wird,
- wenn "Verantwortungsbereitschaft" nicht nur auf Selbstverantwortung bezogen wird, sondern auch auf Mitverantwortung, Verantwortlichkeit, Geltungsbindung und humane und soziale Solidaritätspflicht,

und

- wenn "Weltorientierung" auch Kenntnisnahme von Fremdem, Überliefertem und Respekt vor der Chance meint, Wissen von glaubwürdigen Autoritäten zu übernehmen. Ich bin mit Heymann überzeugt, daß sich vernünftiger Mathematikunterricht ab Klasse 8 nur zum kleinen Teil mit materialen Zielen und Anwendungsbezügen rechtfertigen läßt und daß Sekundarschüler viel öfter sehen sollten, wozu Mathematik draußen wirklich gut oder schlecht ist. Aber ich glaube nicht, daß man den formalen Zielen des allgemeinen Mathematikunterrichts, die für *alle* Schüler unserer Zeit und für das Gedeihen unserer Gesellschaft wichtig sind, durch die windschnittige Behandlung von Allerweltswissen und durch das alte nostalgische Ideal einer "Neuen Unterrichtskultur" wesentlich näher kommt. Um die formalen Ziele für alle zu *rechtfertigen*, reicht m.E. der Minimalkonsens über Anstand, Würde, intellektuelle Redlichkeit, Demokratie und Menschenrechte, auf

den sich auch Heymann stützt. Wie man sie im Mathematikunterricht hoffnungsvoller *verfolgen* kann, bleibt eine der wichtigsten Dauerfragen an die Sekundarstufendidaktik.

4.3 Fragwürdige Empirie

Mit Empirie wird man dabei nicht weit kommen:

"Schon vor der Einführung eines allgemeinbildenden Schulsystems wurde die Mathematik – von Platon, Humboldt (? Süvern? Herbart?) und vielen anderen – als ausgezeichnetes Mittel zur Schulung des Geistes gepriesen, jenseits aller Nützlichkeitserwägungen. Der reale Mathematikunterricht scheint derartige Bildungswirkungen weitgehend zu verfehlen; zumindest lassen sie sich kaum empirisch nachweisen. Nur bei einer Minderheit scheinen Fähigkeiten wie systematisches und kritisches Denken, Problemlösen, Mathematisieren und rationales Argumentieren gefördert zu werden." (S. 8)

So zu reden ist zwar sehr populär, aber nicht sonderlich fair. Wie sollte denn ein empirischer Nachweis aussehen, der Bildungswirkungen des Mathematikunterrichts in solchen Bereichen nach einem mehrjährigen Reifungsprozeß isolieren und verifizieren oder falsifizieren könnte? Nehmen wir einmal an, eine repräsentative empirische Sozialstudie habe ergeben, daß Erwachsene mit unterdurchschnittlichem Einkommen während zehn Jahren 0,1mal Goethe passend zitiert haben und daß es bei überdurchschnittlich Verdienenden 0,9mal der Fall war. Nur 0,1% aller Befragten hätten jedoch wenigstens zwei Zeilen Goethe korrekt zitieren können. Wieviel Goethe sollte dann noch im Deutschunterricht behandelt werden? Und: Wieviel mathematische Kultur braucht man, um gegen ähnlichen Unsinn gefeit zu sein?

Daß bei vielen "Kenntnisse und Fertigkeiten defizitär" bleiben, daß Mathematik zu oft als reines Prüfungswissen mißverstanden wird oder daß Abstraktion häufig er- und abschreckt, ist leider kaum zu bezweifeln. Aber es ist auch keine Legitimation dafür, die wünschenswerte Allgemeinbildung, zu der öffentliche Schulen beitragen sollen, im Materialen auf den mathematischen Durchschnitt der Wissens- und Könnensmengen zu beschränken, die Erwachsene im Alltag bewußt brauchen oder ohne tiefere Sach- und Methodenkenntnis durchschauen können.

4.4 Maßstäbe aus der Mathematik?

Im Eingangszitat gab ich Heymanns Statement wieder: "Denn weder aus der mathematischen Disziplin selbst noch aus einer Analyse der objektiven Verwendung der Mathematik in unserer Gesellschaft allein lassen sich Maßstäbe gewinnen, die bezüglich der Frage, welche und wieviel Mathematik alle Heranwachsenden in unserer Gesellschaft auf welche Weise lernen sollen, ein klares Urteil erlauben. Im vorliegenden Buch wird der Versuch zu einer solchen Klärung auf der Basis eines zeitgemäßen Konzepts von Allgemeinbildung unternommen" (S. 9). Der erste Satz ist wie vieles in Heymanns Buch im wesentlichen wahr und wichtig, aber im Detail eben arg verkürzt.

Lassen sich aus der Mathematik selbst oder aus ihrer objektiven Nutzung "Maßstäbe" für ein klares Urteil gewinnen oder nicht? Ich meine schon. Das Studium der Mathematik und ihrer gesellschaftlichen

Anwendungen, Funktionen und Auswirkungen ist eine *notwendige, keineswegs hinreichende* Bedingung für ein vertrauenswürdigen Urteil – übrigens nicht nur hinsichtlich “eines für alle verbindlichen Unterrichts in Mathematik”, sondern auch hinsichtlich von “Wert und Bedeutung der Mathematik als solcher”, was Heymanns Unterscheidungsverlangen etwas moderiert (vgl. das längere Zitat am Anfang). In beiden Fällen handelt es sich um Gewicht- und Wertsetzungen, also nicht um Gegenstände der Reinen Mathematik selbst, die ja absichtlich wertfrei formuliert wird. Trotzdem muß man wohl von der Sache Mathematik und von Traditionen ihrer Verbreitung ausgehen, wenn man ihren Wert für irgendwelche Ansprüche, Bedürfnisse, Interessen oder Wünsche bedarfsgerecht beurteilen will. Dies erfordert Sachkenntnis *und* bedarfsgerechte Urteilskraft. Heymann meint das wohl auch und deutet es mit dem relativierenden Wörtchen “allein” an. Der Nachsatz läßt allerdings schon ahnen, daß der anschließende Begründungsversuch nicht nur “auf der Basis” eines Allgemeinbildungskonzepts entfaltet werden soll, sondern fast ausschließlich und allgemeinverbindlich aus einem solchen Allgemeinbildungskonzept heraus. Das kann nicht gutgehen, wie Heymann selbst weiß und auch dadurch zeigt, daß er sein “Szenario für den künftigen Mathematikunterricht” material nur bezüglich der utilitaristischen “Lebensvorbereitung” halbwegs verbindlich konkretisieren kann.

4.5 Gordischer Knoten

Es ist eine ältere Binsenweisheit der neueren bildungstheoretischen Didaktik, daß sich aus Bildungszielen kein Curriculum und keine konkrete Unterrichtskultur deduzieren läßt. Es hilft nichts, nicht einmal all das Folgende konvergiert ohne ideologische Nachhilfe gegen einen konsensfähigen “Standpunkt von außen”: Schwächen des “herkömmlichen Unterrichts”; kognitionspsychologische Befunde, Vermutungen und Modelle; Zusammenhänge zwischen Mathematik- und Alltagswissen; reformpädagogische Ideale; Methodengläubigkeit; Unterstellung schadloser Zerleg-, Addier- und Synthetisierbarkeit von Bildung; Vernachlässigung komplexerer Reifungsprozesse; Trivialisierung allgemeinbildungspotenter Mathematik auf ein paar fundamentale Ideen und naiv zugängliche Exempel von Weltklasse. Wahrscheinlich läßt sich guter Mathematikunterricht für die Allgemeinheit überhaupt nicht zweckrational “ableiten”. Vielleicht darum, weil es bei öffentlicher Beschulung nicht um gezielte Unternehmungen zur individuellen oder gesellschaftlichen Bedarfsdeckung geht, sondern um traditionsgereifte Gesellschaftsverträge, um Evolutionsprodukte des kollektiven Bewußtseins, um Lebenszeichen einer breiten, immer noch zu verbreiternden und zu verbreitenden Kultur?

4.6 Das Wichtigste

Im Wichtigsten stimme ich Heymann zu: Die Frage nach konsensfähigen Legitimationen des Mathematikunterrichts ist hoch aktuell, und die offensive Auseinandersetzung mit etwaigen Bildungspotenzen für die Mehrheit der Schüler soll, kann und muß rasch helfen, die zweifellos vorhandenen und zahlreichen Verirrungen im landläufigen Unterricht ausfindig zu machen. Das muß geschehen bevor das

passiert, wovor uns Freudenthal schon warnte: daß man den Mathematikunterricht nach dem bürgerlichen Rechnen abschafft und die Mathematik denen überläßt, die zu wissen meinen, wozu sie allenfalls gut ist. Heymanns Parforceritt durch die neuere didaktische Literatur und Szene-sprache ist ein verdienstvolles Zeichen zum Aufbruch. Gerade weil mich sein Buch an vielen Stellen zum Widerspruch, zum Zweifeln und zum “Klären” provozierte, hat mich die Lektüre bereichert. Ich hoffe sehr, daß recht viele Mathematikdidaktiker und möglichst wenige Schulpolitiker ihren Standpunkt zum “schulpädagogischen Grundproblem” in der Auseinandersetzung mit Heymanns Konzept ausfeilen und daß die heilsame Aufregung noch ein wenig anhält. Als bildungspolitische Entscheidungsgrundlage ist das Buch ungeeignet.

Autor

Führer, Lutz, Prof. Dr., Johann Wolfgang Goethe Universität,
 Institut für Didaktik der Mathematik,
 D-60054 Frankfurt/M. fuehrer@math.uni-frankfurt.de